

da Anonimo (che ringrazio), G.G. 2454124

esercizio “teorico” n. 4 (prova del 19 dic 2006):

## Forma estesa e forma strategica di un gioco.

La forma strategica è una rappresentazione di un gioco e come tale **deve contenere la** game form e le preferenze dei giocatori. La game form descrive la strutture delle scelte disponibili per i giocatori, gli esiti associati e la funzione  $h: X \times Y \rightarrow E$ , cioè la funzione che associa gli esiti alle scelte.

“deve” è eccessivo

Inoltre, direi: “è costituito da”

Introduciamo le preferenze dei giocatori sugli esiti così da completare il gioco. Possiamo esprimerle con le utilità associate ad ogni esito:  **$u(e)$**  (ti riferisci solo a un giocatore: o li citi tutti e due o dici che ti soffermi sul primo).

Fra il primo e questo secondo paragrafo c'è uno “iato”. Andrebbero un poco meglio ricordati

Quindi varrà  $u(e_1) > u(e_2)$  se e solo se  $e_1$  è preferito a  $e_2$ . In questo modo abbiamo tutti gli elementi per costruire il gioco. Possiamo però rendere più leggera la notazione sfruttando il principio di consequenzialismo: ciò che interessa ad un giocatore non sono le scelte, ma le conseguenze sulle loro scelte. Quindi possiamo introdurre la funzione  $f$  (e l'equivalente  $g$  per il giocatore 2) che non è altro che la composizione di  $h$  con  $u$  ( $g$  è composizione di  $h$  con  $v$  se indichiamo con  $v$  l'utilità del giocatore 2). Abbiamo ottenuto un gioco rappresentabile da  $(X, Y, f, g)$ .

In questo modello si ipotizza che **tutti i giocatori siano a conoscenza del modello stesso** e decidano contemporaneamente le proprie scelte e quindi esiti. Non modellizzare situazioni di iterazione nel tempo sembra un limite. La soluzione più immediata è quella di usare l'albero delle decisioni.

Che il modello stesso sia conoscenza comune fra i giocatori

L'albero delle decisioni (**graffo** non orientato, connesso, privo di cicli e con radice, opportunamente etichettato sui nodi e rami) descrive esplicitamente l'inizio del gioco, quando e a chi tocca giocare, che scelte ha a disposizione il giocatore chiamato a giocare e gli esiti che sono associati alle loro decisioni. Noi sappiamo che i giocatori sono razionali e intelligenti e vale il principio di conoscenza comune. Ne consegue che entrambi hanno visione dell'albero, delle decisioni che possono prendere (tutti i giocatori) e degli esiti associati; possono quindi valutare tutti i cammini che conducono dalla radice a ciascuno degli esiti finali. Ciò equivale a poter studiare le loro azioni per ogni stato di natura che gli capiti, per ogni punto del **graffo** in cui verranno a trovarsi: possono elaborare strategie.

graffo

A questo punto è facile passare dalla forma estesa (albero) alla forma strategica  $(X, Y, f, g)$ : è sufficiente elencare tutte le strategie disponibili per ogni giocatore e **aggiungere le preferenze sugli esiti** (come sempre serve la game form più le preferenze).

Quanto meno è cattivo italiano... E, comunque, le preferenze già le dovresti avere, mentre qui sembrerebbe che le aggiungi. Ma, forse, è essenzialmente un problema di modo di esprimersi non adeguato

Il gioco in forma estesa ci permette di introdurre un altro concetto: l'insieme di informazione. Questo concetto esprime il fatto che un giocatore non sappia in che nodo si trova, ma sa solo che si trova in uno dei nodi contenuti nell'insieme di **informazioni**.

### Insieme di informazione

L'introduzione di questo concetto ci permette di rappresentare con un albero (che tipicamente contiene relazione d'ordine sulle mosse) anche giochi dove vale la contemporaneità delle azioni, ma tale contemporaneità non è da intendersi in senso strettamente temporale, quanto più una in senso di informazioni disponibili (ossia possono anche giocare uno oggi e uno domani, basta che quando gioca il secondo giocatore egli non sappia cosa ha fatto il primo, e quindi non sappia esattamente in quale nodo l'ha portato il giocatore uno). Non solo: gli insiemi di informazioni non rappresentano soltanto la contemporaneità informativa delle decisioni, ma servono anche tutte le volte che il gioco da descrivere richieda che un certo giocatore non sappia distinguere in che nodi si trovi, ma sappia solo che il nodo può essere uno tra quelli dell'insieme di informazione (cioè nei giochi a informazione imperfetta).

Superfluo, nell'economia del discorso (ci sono 2 pagine disponibili e non vale la pena ribadire essenzialmente quello detto. Se invece si vuole indicare un uso diverso degli insiemi di informazione, questo fatto non emerge con chiarezza

A questo punto (ricordo che i giocatori non sanno sempre in quale nodo si trovano ma solo in quale insieme di informazione) è necessario rivedere leggermente il concetto di strategia: una strategia per un giocatore elenca ora tutte le scelte che egli può fare in ogni insieme di **informazioni**. Come prima possiamo passare dalla forma estesa alla forma strategica elencando le strategie e le preferenze. È stato semplice passare dalla forma estesa alla forma strategica. Il passaggio inverso non è così deterministico: infatti da una forma strategica posso creare più forme estese (o se si preferisce da più giochi in forma estesa si arriva al medesimo gioco in forma strategica).

Varrebbe la pena dire qualcosina di più, tipo: "posso assegnare la prima mossa al giocatore I (e la seconda a II) o viceversa". In questo modo si passa da una affermazione vaga ad una molto più esplicita e circostanziata.

Per quanto riguarda le soluzioni possiamo dire che ogni gioco finito ha un equilibrio di Nash (eventualmente in strategie miste). Possiamo sfruttare il concetto di dominanza tra le strategie, ossia individuare quella strategia che garantisce un esito migliore delle altre indipendentemente dalle scelte dell'altro giocatore. Questo comodo metodo permette di trovare gli equilibri partendo da una forma strategica ed eliminando le strategie dominate (o se c'è di scegliere quella fortemente dominante). Questi equilibri possono però essere inefficienti e non unici. Infatti gli equilibri di Nash (coppie di strategie che garantiscono esiti migliori indipendentemente da spostamenti unilaterali) non sono unici e non è neanche detto che siano efficienti. (Il problema della non unicità si può risolvere con le strategie miste, visto che una estensione mista ha sempre un equilibrio).

Questo discorso è eccessivo e, in un certo senso, "fuori tema". Può valer la pena farlo se si mette in chiara evidenza che si parla di una procedura applicabile alla forma strategica e solo a quella (per lo meno, nel modo in cui è stata descritta)

In un gioco in forma estesa e perfetta informazione possiamo usare il metodo dell'induzione a ritroso per trovare gli equilibri, cercando quelli che sono perfetti anche nei sottogiochi. Notiamo che l'insieme di equilibri ricavabili da una forma strategica **contiene anche soluzioni che poi in realtà non vengono mai raggiunte perchè il graffo si ferma prima**. Con il metodo dell'induzione non troverò queste soluzioni, visto che non sono disegnate e raggiungibili. In questo senso la forma estesa mi dà qualche informazione in più della forma strategica.

Non è il modo migliore di esprimersi, dire che “il grafo si ferma prima”. A dire il vero, non è neppure chiarissimo che cosa tu intenda dire.

Non “perchè”, ma “perché”!

oo

Noticina “tipografica” di carattere generale: l'uso degli spazi in relazione alle parentesi è scorretto e incoerente.

La spaziatura corretta è:

Xxxxx (xxx xxxxxx) xxxxxx

o, se del caso:

Xxxxx (xxx xxxxxx), xxxxxx